好奇心漫遊記：世の中面白い事だらけ

数学編−４：大きな数

矢澤　洋爾

以前「国語編－1」でも少し触れましたが、漢字には不思議なことが沢山あります。どうしてこんな字があるんだろう、どうしてこんな字を考えついたんだろう、と先人の知恵に感心する事が沢山あるのです。

今回はその中で数について考えます。

ご存知のように漢字社会では一、十、百、千、万、と十進法で数えてそれ以降 10 の 4 乗単位で、億、兆、京、垓(がい)、のぎへん＋予(じょ)、穣(じょう)、溝(こう)、澗(かん)、正(せい)、載(さい)、極(ごく)、恒河沙(ごうがしゃ)、那由他(なゆた)、不可思議(ふかしぎ)と続き最後に無量大数(むりょうたいすう)となります。１無量大数は、

「100000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000」と

0 が 68 個着く数字です。古代中国人は一体何のために、何を数えるためにこんな数が必要だったんだろう、というのが今回の主題です。

現在の日本の国の借金は 800 兆円とも 1000 兆円とも言われます。800 兆円とすれば算用数字で書くと

800000000000000 円で 0 が 14 個着きます。

これだって結構大変な数で、仮に一万円札で 800 兆円集めるとその札束は水泳のプールの 120 杯分もの量になります。(ピン札で百万円は厚さ 0.8cm だそうです。一万円札が 16cm×7.6cm ですから、800 兆円は 77824 立方メートルです。((800 兆÷100 万×0.8×16×7.6÷100÷100÷100))水泳プールを 25m×13m×2mの大きさとしますとこれが 650 立方メートル。ちなみに水泳プールを一万円札で一杯にするとそれは 5.8 兆円)

金勘定ではどうも京以上の単位は要らないみたい。世の中で大きな数字を言うのによく「天文学的数値」と言うので宇宙の中に大きな数値を探して見ましょう。

まず星の数。「星の数ほどある」とは大きな数値の代名詞ですよね。星の数は一つの銀河系に約 1000 億個の星があり、全宇宙には 2000 億個の銀河があるのだそうです。だから宇宙全体の星の数は

1000 億×2000 億＝2000000000000000000000 個で 10 が 22 個着きます。

古代中国人の数え方では 200 垓です。星の数だってたかが知れている。

次ぎの天文学的数値として宇宙の大きさをミリ単位で測ってみたらどうでしょう。

宇宙の大きさを仮に 150 億光年とします。光の早さは秒速 30 万 km ですから

15000000000 光年＝15000000000×300000×1000000(mm/km)×365×24×60×60
＝1419120000000000000000000000 と全体で 29 桁の数字になります。
古代中国人に言わせれば宇宙の広さは 1 穣 4191 ジョ 2 千垓ミリだ、という事になります。まだまだ無量大数には程遠い。

宇宙の始まりから今までの時間を秒単位で測ったらどうでしょう。
ビッグバンが 150 億年前に起こったものとします。
15000000000 年＝15000000000×365×24×60×60
＝473040000000000000 と 4 の後 17 桁となる。
宇宙のビッグバンが起こってから現在まで約 47 京 3 千兆秒経っている、という事です。

なかなか無量大数に行きませんね。

なんでも「恒河沙」というのはインダス川の砂という意味だそうで、目を足元にやって地球上にある砂粒の数を数えてみましょうか。
砂粒を数えるのは大変なので、川を流れる水の分子の数を数えましょう。少なくとも水の分子の数の方が砂粒より多そうだから。水の分子の数なら数えられる、というのは昔アボガドロという人が数えたことがあるからです。どんな物質でも 6.02×10 の 23 乗(602000000000000000000000＝6020 垓）個分あつめたものを 1 モルということにしよう、というアボガドロ数です。水の場合 1 モル＝18 g ですから、コップ一杯の水＝180cc の中には 6.02×10 の 24 乗個の水の分子がある、という事になります。(これがどれだけ凄い数かは後の楽しみに)
さて、地球上の水の量ですが、海の総面積が 361059×10 の 6 乗 km^2（361059000000 平方キロメートル＝3610 億平方キロメートル）で平均水深が 4km という事ですから、海の水の量は
$361059\times10^{6}\times4=1.444\times10^{12}$ 立方 km となります。
これをモル数に換算すると
$1.444\times10^{12}\times100000\times100000\times100000\div18=8\times10$ の 25 乗モル
1 モルに 6.02×10 の 23 乗個の分子があるのだから、海全体の水の分子の数は
$8\times10^{25}\times6.02\times10^{23}=48\times10^{48}$ 個　つまり
48000000000000000000000000000000000000000000000000 個
古代中国人に言わせれば 48 極個だ、という事です。
これと比較して砂粒の数はどれくらいか推測してみます。一合升の中のお米の数を数えた人がいるのですがそれによると一合（180cc）で約 2 万粒だったそうです。すな粒の方がお米より小さいとしてその十倍あったとして砂 180cc には 20 万個程度ありそうです。180cc の水の分子は 6×10^{24} 個ですから、同じ容積中の砂粒は水の $1/3\times10^{(-19)}$ 位。地球全体の海が砂粒で埋め尽くされたとして地球上の砂粒の数は
$48\times10^{48}\times(1/3)\times10^{(-19)}=16\times10^{29}$ 個
160000000000000000000000000000 個
たかだか 160 穣個に過ぎません。古代人はインダス川の砂の数を大きく見積すぎました。

なかなか無量大数には行きつきません。

ええいっ！と言う事で宇宙全体の星が地球と同じ数の砂粒を持つとして、宇宙全部の砂粒を数えたらどうなるでしょう。

16×10^{29} 個×2000 億個の銀河×1000 億個の星＝32×10^{51} 個

32000000000000000000000000000000000000000000000000000 個

5 恒河沙 2 千極個。やっと恒河沙までたどりつきました。

地球は水の星だというくらいだから、全宇宙の星が地球と同じ数だけの水の分子を持っていたらどうなるか、それを計算すると

48×10^{48} 個×2000 億個の銀河×1000 億個の星＝96×10^{70} 個

9600000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000 個

となります。

これを古代中国人式に数えると 9600 無量大数！めでたく無量大数に行きつきました。

古代中国人は全宇宙の水の分子の数を数えるためにこんな大きな数まで用意しておいたんですね。

水の分子の数、なんて気安く言うけどこれは大変な数です。

コップ一杯の水（180cc）に分子の数が 6.02×10^{24} 個ある、と言いました。これがどれくらいの数かというと、1 秒に 1 個づつ数えたとしますね。ビッグバンが始まってずっと数え続けていたとして、現在どれくらい数え終えているかというと、まだ 1000 万分の一も数え終わっていないのです。（$6.02\times10^{24}\div4.73\times10^{17}=1.27\times10^{7}$）

さらに凄い事があります。仮にコップ一杯の水の分子に一個づつ「矢澤」と名前を書いて、太平洋に捨てます。そうして地球上の水をよくかき混ぜて、「矢澤」と書いた水が万遍なく広がった頃を見計らって、太平洋からコップ一杯の水をくみ上げます。そうするとそのコップの中に「矢澤」と書かれた水が何個入っているか。コップ一杯と地球全体の海ですからねえ。1 個もある訳ないよ、と思うでしょう？ところがどっこい、750 個も入っているのです。ウソだと思われる方、ぜひ御自分で計算なさって見て下さい。たった 1 モルの水の分子の数の多さに驚かれると思います。

その水が全宇宙にあったとして、その分子の数を数える、それが無量大数の正体なのでした。

真砂なす　数なき星の其中に　吾に向ひて光る星あり

（正岡子規）

（2005. 11. 20）